

第9問 解答例と解説

問題文から

$$0 \leq x < 1 \cdots \textcircled{1} \quad (x \text{ は小数部分だから})$$

またこのとき $(x+1)(x+2)$ は正の実数になっている。

さらに、(その数) から (その数の小数部分) を引くと整数になることから。

$$k = (x+1)(x+2) - x = x^2 + 2x + 2 \text{ は整数} \cdots \textcircled{2}$$

が得られる。

$$k = (x+1)^2 + 1 \quad (0 \leq x < 1) \text{ より}$$

$$2 \leq k < 5$$

②により

$$k = 2, 3, 4$$

$$k = 2 \text{ のとき} \textcircled{1}\textcircled{2} \text{ より} \quad x = 0$$

$$k = 3 \text{ のとき} \textcircled{1}\textcircled{2} \text{ より} \quad x = -1 + \sqrt{2}$$

$$k = 4 \text{ のとき} \textcircled{1}\textcircled{2} \text{ より} \quad x = -1 + \sqrt{3}$$

以上から

$$x = 0, -1 + \sqrt{2}, -1 + \sqrt{3}$$