

第 40 問 解答例と解説

k が $k=1$ を満たすとすれば

$$1 = x + \frac{4}{x-1}$$

変形して、 $x^2 - 2x + 5 = 0$ となり

$$x = 1 \pm 2i \quad (\text{虚数})$$

ですから、 x が実数であることに反します。

それでは、 $k=6$ のときはどうでしょう。

$$6 = x + \frac{4}{x-1} \quad \text{は } x^2 - 7x + 10 = 0 \text{ となり}$$

$x = 2, 5$ が得られます。つまり、これらの値に対して
 $k=6$ が成り立ちます。

以上の考察から、 k を定数と仮定したときに

$$k = x + \frac{4}{x-1} \quad \dots \quad \textcircled{1}$$

を満たす実数 x が存在するような k の値の範囲を定めればよいことがわかります。

①を変形して

$$x^2 - (k+1)x + k + 4 = 0$$

これが実数解を持つから、

$$(k+1)^2 - 4(k+4) \geq 0 \quad \text{これを解いて}$$

$$k \leq -3, \quad 5 \leq k \quad \text{となります。}$$