

第 45 問 解答例と解説

長方形 $OABC = ad^3$

S_1 はその半分で

$$S_1 = \frac{1}{2} ad^3$$

$$S_3 = \int_0^d ax^2 dx = \left[\frac{1}{3} ax^3 \right]_0^d = \frac{1}{3} ad^3$$

$S_1 + S_2 + S_3 = ad^3$ より

$$S_2 = \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) ad^3 = \frac{1}{6} ad^3$$

このように、

放物線と線分 OB は、長方形 $OABC$ の面積を 1 とするとき

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}$ の 3 つの領域に分けることがわかりました。

比で表すと、 $S_1 : S_2 : S_3 = 3 : 1 : 2$ となります。

この比は a, d の値によりません。点 B が放物線上のどこにあっても、常にこの関係が成り立つわけです。曲線で区切られているのにきっちりと整数比というのは美しいと思いませんか？ 逆に言うと、この美しい関係を保ちながら放物線はどこまでも進んで行くのですね。