数列の公式について

by　u1248

等差数列の公式　$a_n = a + (n-1)d$ ・・・・①

とか、

等比数列の公式　$a_n = ar^{n-1}$ ・・・・・②

は公式暗記主義のいやな匂いがします。「初項と公差、あるいは公比」がわかれば一般項が求められるという意味でこの公式が重要公式として大きな顔をしているのだと推測されますが、どうも $(n-1)$ の部分が生徒にとってはわかりにくいものになっているようです。

植木算の問題で「１０ｍ間隔で 10 本の電信柱が並んでいる。最初の電信柱と最後の電信柱の距離は何ｍか？」というのがありますが、１０×１０ｍ＝１００ｍと答えるのは、誤答とはいえけっこう自然な感覚の表われだと思います。10 個のものの「間の数」が９だということは、感覚的に自明なこととは言えないでしょう。

等差数列の公式も、$a_n = a + (n-1)d$ ではなく、

$$a_n = a_1 + (n-1)d \quad \cdots\cdots ③$$

　と項番号をきちんと書かせるようにするべきではないでしょうか。

等差数列は**『項番号が 1 増えるごとに値が d ずつ増える』**ということさえ押さえさせておけば、もっと一般化して

$$a_n = a_m + (n-m)d \quad \cdots\cdots ④$$

としても、「項番号の増加が $n-m$ だから」で済む。

　実は、どうせ公式を覚えさせるにしても（本当は「覚えさせる」なんて必要ないことはここまで読んだ方にはおわかりでしょうが)、④の形の方がずっと良い。

例題.　等差数列 $\{a_n\}$ $(n = 0,1,2,\cdots)$ において

$a_7 = 23$, $a_{15} = -33$ のとき a_0 を求めよ。

（解）公差を d とすると

$a_{15} - a_7 = 8d$　＜＝＝＞ $-56 = 8d$

$\therefore d = -7$

$a_0 = a_7 + (0-7)d = 23 + 49 = 72$

この問題のように、数列が a_0 から始まるケースで①を使うと、繁雑な上に「初項は a」と機械的に覚えてしまっていると、最後で間違ってしまいます。

a_0	$\rightarrow$	$a_7 = 23$	$\rightarrow$	$a_{15} = -33$
から	（項番号が７増えた） （値が７d 増えた）		（項番号が８増えた） （値が８d 増えた）	

と、考えることができれば、ほとんど暗算でできる範囲です。

同じ理由で等比数列の公式も　$a_n = ar^{n-1}$ ・・・・・②も

$$a_n = a_m r^{n-m} \quad \cdots\cdots ⑤$$

とすること。**『項番号が１増えるごとに値が r 倍になる』**のが等比数列の性質だということを教えればよい。

実は、この事を、教科書、参考書の著者として有名なある先生に話したところ。

教科書に、$a_n = a_1 + (n-1)d$　と書くと、検定で文部（科学）省役人に直されてしまうそうだ。「等差数列の初項の値は a_1 ではなく a を使うことになっている」と注意されるのだそうである。そんな教科書検定ならやめてしまえばよい。