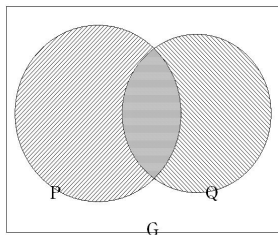


第11問 解答例と解説



左のように、 G の部分集合で考えます。

集合 P は p の倍数からなる集合、集合 Q は q の倍数からなる集合です。 $P \cap Q$ は要素 1 個だけからなる集合で

$$P \cap Q = \{pq\} \text{ です}$$

集合 A の要素の個数を $n(A)$ 、その和を $S(A)$ と書くことにしましょう。すると、

$$n(G) = pq \quad n(P) = pq \div p = q$$

$$n(Q) = pq \div q = p \quad n(P \cap Q) = 1$$

$$S(G) = 1 + 2 + 3 + \dots + pq = \frac{(1 + pq)pq}{2}$$

$$S(P) = p + 2p + 3p + \dots + pq = \frac{(p + pq)q}{2}$$

$$S(Q) = q + 2q + 3q + \dots + pq = \frac{(q + pq)p}{2}$$

$$S(P \cap Q) = pq \quad \text{このことから}$$

$$1) \quad n(G) - n(P) - n(Q) + n(P \cap Q) = (p - 1)(q - 1)$$

$$2) \quad S(G) - S(P) - S(Q) + S(P \cap Q)$$

$$= \frac{pq(p - 1)(q - 1)}{2}$$

2