

第16問 解答例と解説

整数の偶奇性（偶数、奇数の性質）に注目しましょう。

格子点の座標は

- (1) (偶数, 偶数)
- (2) (偶数, 奇数)
- (3) (奇数, 偶数)
- (4) (奇数, 奇数)

のどれかの形をしています。

したがって、5個の格子点をどのように選んでも、少なくとも2点は、偶奇性を考えると同じ形になっています。

その2点を (a, b) , (c, d) とすると、その中点の

x 座標 $\frac{a+c}{2}$ 、 y 座標 $\frac{b+d}{2}$ はいずれも整数になります。

何故ならば

偶数+偶数=偶数

奇数+奇数=偶数

と偶奇性の一致した2数の和は必ず偶数となり、2で割っても整数だからです。

以上から、5点から「2点を適当に選ぶと、その中点が格子点となる」ことがわかりました。