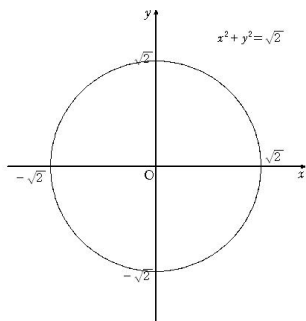


第19問 解答例と解説



この円周上に1個も有理点 (x, y 座標が共に有理数の点) が存在しないなんて信じられますか? 私は高校生のときにこの問題に出会って、ものすごい衝撃を受けました。証明もまた、信じられないくらい簡単です。

まず、 x, y 座標が共に有理数の点 (a, b) がこの円周上に存在すると仮定します。

点 (a, b) は

$$a^2 + b^2 = \sqrt{2} \cdots \textcircled{1}$$

を満たします。

①の左辺は有理数の四則計算でできていますから、やはり有理数ですが、右辺 $\sqrt{2}$ は無理数ですから矛盾です。

したがって、この円周上に x, y 座標が共に有理数の点は存在しません。