

第 25 問 解答例と解説

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

の 2 解を α , β とするとき、

$$\alpha + \beta = 3 \cdots \textcircled{1}$$

$$\alpha\beta = 1 \cdots \textcircled{2}$$

ここまでは、誰でも思い出してくれるんですが、

α , β は $x^2 - 3x + 1 = 0$ を満たすから

$$\alpha^2 - 3\alpha + 1 = 0 \text{ より } \alpha^2 = 3\alpha - 1 \cdots \textcircled{3}$$

$$\beta^2 - 3\beta + 1 = 0 \text{ より } \beta^2 = 3\beta - 1 \cdots \textcircled{4}$$

$$\text{や、恒等式 } x^2 - 3x + 1 = (x - \alpha)(x - \beta) \cdots \textcircled{5}$$

も思い出して欲しい。

③④は「次数下げ」によく使います。

(1) ③④を代入すると

$$(\alpha^2 - 4\alpha + 1)(\beta^2 - 4\beta + 1) - \alpha\beta$$

$$= (-\alpha)(-\beta) - \alpha\beta = 0$$

(2) ⑤の両辺に $x = 2$ を代入して

$$2^2 - 3 \cdot 2 + 1 = (2 - \alpha)(2 - \beta)$$

左辺の値を計算して -1 となります。