

## 第 28 問 解答例と解説

1)  $A, B$  の値を求めようとした人は、この先を読まずにもう少し考えてください。(暗算では無理だよ)

$\alpha, \beta$  は、 $\alpha^2 - 3\alpha + 1 = 0$  ,  $\beta^2 - 3\beta + 1 = 0$

を満たします。したがって、

$$\alpha^2 = 3\alpha - 1 \quad \dots \quad \textcircled{3}$$

$$\beta^2 = 3\beta - 1 \quad \dots \quad \textcircled{4}$$

が成り立ちます。(次数下げの式ですね)

③に  $A\alpha$  、④に  $B\beta$  を掛けて、

$$A\alpha^3 = 3A\alpha^2 - A\alpha \quad \dots \quad \textcircled{5}$$

$$B\beta^3 = 3B\beta^2 - B\beta \quad \dots \quad \textcircled{6}$$

⑤⑥を辺々加えると

$$\begin{aligned} A\alpha^3 + B\beta^3 &= 3(A\alpha^2 + B\beta^2) - (A\alpha + B\beta) \\ &= 3 \cdot 2 - 1 = 5 \end{aligned}$$

2) 同様に考えて (わかりますね)

$$\begin{aligned} A\alpha^4 + B\beta^4 &= 3(A\alpha^3 + B\beta^3) - (A\alpha^2 + B\beta^2) \\ &= 3 \cdot 5 - 2 = 13 \end{aligned}$$

とわかります。