

第 29 問 解答例と解説

$$\alpha^2 = 3\alpha - 1 \quad \dots \quad \textcircled{1}$$

$$\beta^2 = 3\beta - 1 \quad \dots \quad \textcircled{2}$$

から、前問と同じように

$$(A\alpha^{n+1} + B\beta^{n+1}) = 3(A\alpha^n + B\beta^n) - (A\alpha^{n-1} + B\beta^{n-1})$$

すなわち

$$a_{n+2} = 3a_{n+1} - a_n \quad \text{を示すことができますから、}$$

$$a_{n+2} - 3a_{n+1} + a_n = 0 \quad \text{が成り立つとわかります。}$$

ところで、

2次方程式 $x^2 + px + q = 0$ の2解を α, β とし、

$\alpha \neq \beta$ であるとき、 $(p^2 - 4q \neq 0)$

漸化式 $a_{n+2} + pa_{n+1} + qa_n = 0$ を満たす数列

$\{a_n\}$ の一般項は $a_n = A\alpha^{n-1} + B\beta^{n-1}$ で表されま

す。係数の A, B は

$$A + B = a_1$$

$$A\alpha + B\beta = a_2$$

を解いて求めることができます。