

第 32 問 解答例と解説

②から①を辺々引いて、

$$a_{n+1} - \alpha = p(a_n - \alpha) \cdots \textcircled{3}$$

さて、この③に、 $n=1,2,3,4\cdots$ を代入してみると

$$a_2 - \alpha = p(a_1 - \alpha)$$

$$a_3 - \alpha = p(a_2 - \alpha)$$

$$a_4 - \alpha = p(a_3 - \alpha)$$

$$a_5 - \alpha = p(a_4 - \alpha)$$

となり

数列

$$a_1 - \alpha, a_2 - \alpha, a_3 - \alpha, a_4 - \alpha, \cdots$$

が公比 p の等比数列になることを示しています。

初項はもちろん $a_1 - \alpha$ ですね

したがって

$$a_n - \alpha = (a_1 - \alpha)p^{n-1}$$

となり

$$a_n = \alpha + (a_1 - \alpha)p^{n-1}$$

が得られます。