

第 36 問 解答例と解説

いきなり式変形をしようと力む前に…。

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \text{ は}$$

$\sin x$, $\cos x$ の 2 乗和が 1 であることを示していますが、問題の方程式では左辺が 3 乗和です。

絶対値が 1 より小さい数は、2 乗 3 乗 4 乗してゆくと、だんだん 0 に近づいてくわけて…

$$\sin x \leq 1 \cdots \text{①の両辺に、} \sin^2 x \text{ (} \geq 0 \text{)} \text{ を掛けて}$$

$$\sin^3 x \leq \sin^2 x \cdots \text{② 同様に}$$

$$\cos^3 x \leq \cos^2 x \cdots \text{③}$$

$$\text{辺々加えて } \sin^3 x + \cos^3 x \leq 1 \cdots \text{④}$$

④で等号が成立するのは②③でともに等号が成立するときに限られるから

$$\begin{cases} (\sin x - 1)\sin^2 x = 0 \\ (\cos x - 1)\cos^2 x = 0 \end{cases}$$

を解いて

$$(\sin x, \cos x) = (1, 0), (0, 1)$$

$$\therefore x = 0, \frac{\pi}{2}$$