

第 47 問 解答例と解説

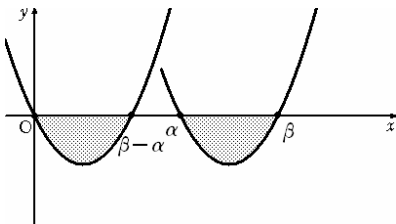
これも、普通であれば

$S = -\int_{\alpha}^{\beta} a(x-\alpha)(x-\beta)dx$ を計算するのですが、

計算はけっこう面倒です。

これも、グラフを x 方向に $-\alpha$ だけ並行移動したものを考えます。

$$y = ax\{x - (\beta - \alpha)\} \quad y = a(x - \alpha)(x - \beta)$$



すると

$$S = -\int_0^{\beta - \alpha} ax\{x - (\beta - \alpha)\}dx$$

ここで、 $\beta - \alpha = d$ とおくと、

$$\begin{aligned} S &= -\int_0^d ax(x-d)dx = -\left[\frac{1}{3}ax^3 - \frac{1}{2}adx^2\right]_0^d \\ &= -\frac{1}{3}ad^3 + \frac{1}{2}ad^3 = \frac{a}{6}d^3 = \frac{a}{6}(\beta - \alpha)^3 \end{aligned}$$

が得られます。